

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

# **Алгебра та геометрія**

## **Методичні вказівки та завдання до розрахунково-графічної роботи „Векторна алгебра та аналітична геометрія”**

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для студентів,  
які навчаються за спеціальністю 124 «Системний аналіз»,  
освітніми програмами «Системний аналіз і управління; Системний аналіз  
фінансового ринку»*

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2019 р.

«Методичні вказівки та завдання до розрахунково-графічної роботи „Векторна алгебра та аналітична геометрія” [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 124 «Системний аналіз», освітніх програм «Системний аналіз і управління; Системний аналіз фінансового ринку» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Калюжний О.О., Мальцев А.Ю., Подколзін Г.Б., Чаповський Ю.А. ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 0,82 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 25 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 8 від 25.04.2019 р.)*

*за поданням Вченої ради Інституту прикладного системного аналізу (протокол № 4 від 22.04.2019 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

# **Алгебра та геометрія**

## **Методичні вказівки та завдання**

### **до розрахунково-графічної роботи**

### **„Векторна алгебра та аналітична геометрія”**

Рецензент

Ільєнко А.Б., доцент кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей, кандидат фіз.-мат. наук

Відповідальний  
редактор

Богданський Ю.В., професор кафедри математичних методів системного аналізу, д.ф.-м.н.

В посібнику розглянені типові задачі, що даються студентам спеціальності 124 «Системний аналіз» в курсі «Алгебра та геометрія», як завдання розрахунково-графічної роботи. Спочатку наводяться приклади задач з детально розібраними розв’язками, а потім пропонуються умови задач для самостійного розв’язку. Також пропонуються теоретичні питання, які вимагаються при захисті розрахунково-графічної роботи.

©

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019

## **Зміст**

1. Вступ.	1
2. Умови завдань.	2
3. Приклади виконання завдань роботи.	4
4. Варіанти завдань розрахункової роботи.	10
5. Питання, що необхідно знати, для захисту роботи.	22
6. Література до виконання розрахункової роботи.	23
7. Методичне забезпечення розрахункової роботи.	23

## **Вступ**

Дисципліна „Алгебра та геометрія” є однією з основних фундаментальних дисциплін в загальнонауковій підготовці студентів за напрямом 124 “Системний аналіз”.

Дисципліна викладається в 1 та 2 семестрах.

Для забезпечення засвоєння матеріалу потрібно виробити у студентів логічне та алгоритмічне мислення, необхідне для розв’язання теоретичних та практичних завдань з алгебри та геометрії, навчити самостійно поглиблювати свої знання з алгебра та геометрії, прив’язуючи їх до практичних задач за фахом.

Для виконання цих задач в програмі викладення дисципліни передумовлено виконання розрахунково-графічних робіт.

В першому семестрі вивчаються розділи „Елементи векторної алгебри”, „Аналітична геометрія на площині та в просторі” та Елементи теорії многочленів. Вивчення цих розділів включає виконання кожним студентом розрахунково - графічної роботи на тему „векторна алгебра та аналітична геометрія”. За програмою на виконання розрахунково - графічної роботи планується 15 год. самостійної роботи студента.

Згідно „Положення про рейтингову систему оцінки успішності студентів з дисципліни „Алгебра та геометрія” розрахункова робота зараховується тільки за умови її захисту студентом. Для захисту розрахункової роботи студенту надається не більше трьох спроб.

Розрахункова робота на тему „векторна алгебра та аналітична геометрія” оцінюється в 40 балів.

Студент допускається до заліку в 1 семестрі при виконанні таких умов: поточний рейтинг за семестр складає не нижче 35 балів; захищена розрахункова робота.

## **Зміст розрахунково-графічної роботи**

### **„Векторна алгебра та аналітична геометрія”**

Розрахункова робота складається з виконання 8 завдань.

#### **Умови завдань**

##### **Завдання 1**

Задані координати вершин трикутника ABC.

**Знайти:**

1. координати векторів  $AB, AC, BC, BM, BK, BD$ ; де  $BM$  - медіана,  $BK$  - бісектриса,  $BD$  - висота;
2. площу трикутника;
3. координати точки центра мас;
4. кут  $A$ .

##### **Завдання 2**

Задані дві прямі  $L_1, L_2$  та точка  $M(x, y)$ .

**Знайти:**

1. в якому куті знаходиться точка  $M$ ;
2. рівняння бісектриси тупого кута.

##### **Завдання 3**

Задані дві прямі

**Знайти:**

рівняння спільного перпендикуляра і відстань між прямими.

##### **Завдання 4**

Задані вершини тетраедра  $A_1, A_2, A_3, A_4$

**Знайти:**

1. Об'єм тетраедра та його висоту, що виходить з вершини  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ ,
2. проекцію вектора  $[\overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_1A_3}]$  на вектор  $\overrightarrow{A_1A_4}$

##### **Завдання 5**

Задані координати точки  $M$  та рівняння прямої (вар. 1-15), або площини (вар. 16-31)

**Знайти:**

Знайти точку  $M'$ , що симетрична точці  $M$  відносно заданої прямої (для варіантів 1 – 15) або площини (для варіантів 16 – 31).

### **Завдання 6**

Задані точки А, В і С на площині, що задають фокус С та односторонню з ним директрису АВ. Також задан ексцентриситет  $\varepsilon$ .

**Знайти:**

рівняння еліпса та гіперболи при заданих значення ексцентриситету  $\varepsilon = 2$  та  $\varepsilon = 1/2$

### **Завдання 7**

Задані два многочлени

**Знайти:**

Найбільший спільний дільник за допомогою алгоритму Евкліда

### **Завдання 8.**

Задана дробово - раціональна функція

**Знайти:**

Розклад заданої функції на прості дроби.

## Приклади виконання завдань роботи „Векторна алгебра та аналітична геометрія”

### Завдання 1

Задані координати вершин трикутника ABC.

$$A(2,1,3); B(-1,4,1); C(3,0,1);$$

Знайдемо координати векторів:

$$\overrightarrow{AB} = (-3, 3, -2); \overrightarrow{AC} = (1, -1, -2); \overrightarrow{BC} = (4, -4, 0), \text{ координати вектора медіани -}$$

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}) = \frac{1}{2}(4+3; -4-3; 0+2) = (3, 5; -3, 5; 1), \text{ координати вектора висоти -}$$

$$\overrightarrow{BD} = \frac{(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})}{|\overrightarrow{AC}|^2} \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \frac{-3-3+4}{1+1+4}(1, -1, -2) - (-3, 3, -2) = (\frac{8}{3}, \frac{-8}{3}, \frac{8}{3}),$$

$$\text{координати вектора бісектриси } \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BA} + \frac{|\overrightarrow{BA}|}{|\overrightarrow{BA}| + |\overrightarrow{BC}|} \overrightarrow{AC} =$$

$$= (3, -3, 2) + \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{22} + 4\sqrt{2}}(1, -1, -2) = (\frac{4\sqrt{22} + 12\sqrt{2}}{\sqrt{22} + 4\sqrt{2}}, -\frac{4\sqrt{22} + 12\sqrt{2}}{\sqrt{22} + 4\sqrt{2}}, \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{22} + 4\sqrt{2}}).$$

Площа трикутника дорівнює

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |-8i - 8j| = 4\sqrt{2}.$$

Координати точки центра мас дорівнюють

$$O(x_o, y_o, z_o) = (\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}, \frac{z_A + z_B + z_C}{3}) = (\frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{3}).$$

Кут  $\angle A$  шукаємо за допомогою скалярного добутку

$$\cos(\angle A) = \frac{(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-2}{\sqrt{22}\sqrt{6}} = -\frac{1}{\sqrt{33}}.$$

### Завдання 2

Задані дві прямі  $L_1: 2x + y - 1 = 0$ ,  $L_2: x + 3y + 2 = 0$ ,

Зведемо рівняння прямих до нормального вигляду:  $L_1: \frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y - \frac{1}{\sqrt{5}} = 0$ ,

$L_2: -\frac{1}{\sqrt{10}}x - \frac{3}{\sqrt{10}}y - \frac{2}{\sqrt{10}} = 0$ . Знайдемо в яком куті знаходиться початок

координат для цього знайдемо кут між нормальними векторами до прямих

$(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{2}{\sqrt{5}}(-\frac{1}{\sqrt{10}}) + \frac{1}{\sqrt{5}}(-\frac{3}{\sqrt{10}}) = -\frac{1}{\sqrt{2}} < 0$ . тому  $\angle \vec{n}_1, \vec{n}_2$  - тупий, отже початок координат лежить у гострому куті.

Відхилення точки  $M(1,3)$  від обох прямих  $\sigma(M, L_1) = \frac{2+3-1}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}} > 0$ .

$\sigma(M, L_2) = \frac{-1-9-2}{\sqrt{10}} = -\frac{12}{\sqrt{10}} < 0$  різних знаків, тому точка  $M$  та початок координат знаходяться у суміжних кутах. Тому точка  $M$  знаходиться у тупому куті

Рівняння бісектриси тупого кута знайдемо із загального рівняння бісектрис обох кутів  $|\frac{2}{\sqrt{5}}x + \frac{1}{\sqrt{5}}y - \frac{1}{\sqrt{5}}| = |-\frac{1}{\sqrt{10}}x - \frac{3}{\sqrt{10}}y - \frac{2}{\sqrt{10}}|$ . Оскільки точки бісектриси тупого кута знаходяться з точкою  $M$  в одному чи вертикальних кутах, то для знаходження бісектриси тупого кута розкриваємо модулі з різними знаками:  $2\sqrt{2}x + \sqrt{2}y - \sqrt{2} = x + 3y + 2$ , або

$$(2\sqrt{2}-1)x + (\sqrt{2}-3)y - 2 - \sqrt{2} = 0$$

### Завдання 3

Задані дві прямі  $L_1: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+2}{1}$ ,  $L_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ .

**Знайти:**

рівняння спільного перпендикуляра и відстань між прямими.

Розв'язок.

Знайдемо напрямний вектор спільного перпендикуляра:  $\vec{l} = [\vec{l}_1, \vec{l}_2]$ , де  $\vec{l}_1 = (-2, 0, 1)$  та  $\vec{l}_2 = (1, 2, -1)$  - напрямні вектори прямих  $L_1$  та  $L_2$ .

$$\vec{l} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -2i - j - 4k. \text{ Знайдемо рівняння площини } \tau, \text{ що містить}$$

пряму  $L_1$  та є паралельною вектору  $\vec{l}$  - напрямному вектору спільного перпендикуляра.

Нормальний вектор цієї площини дорівнює

$$\vec{n} = [\vec{l}_1, \vec{l}] = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & -4 \end{vmatrix} = i - 10j + 2k. \text{ Точка } M_1(0, 1, -2) \in L_1 \text{ є точкою}$$

цієї площини, звідси  $\tau: x - 10y + 2z + 14 = 0$ . Спільний перпендикуляр

належить площині  $\tau$ , тому точка перетину  $N = \tau \cap L_2$  є точкою спільного перпендикуляра. Знайдемо її.

$$L_2 : \begin{cases} x = t - 1 \\ y = 2t - 1; \\ z = -t + 2 \end{cases} \quad N = \tau \cap L_2 : (t - 1) - 10(2t - 1) + 2(-t + 2) + 14 = 0, t = \frac{9}{7},$$

$N = (\frac{2}{7}, \frac{11}{7}, \frac{5}{7})$  Звідси рівняння спільного перпендикуляра має вигляд:

$$\frac{x - \frac{2}{7}}{1} = \frac{y - \frac{11}{7}}{-10} = \frac{z - \frac{5}{7}}{2}.$$

Відстань від між прямими рахуємо за формулою:

$$d = \frac{|(\overrightarrow{M_2 M_1}, [\vec{l}_1, \vec{l}_2])|}{|[\vec{l}_1, \vec{l}_2]|} = \frac{|1 \cdot (-2) + 2 \cdot (-1) + (-4) \cdot (-4)|}{\sqrt{21}} = \frac{12}{\sqrt{21}}.$$

#### Завдання 4

Обчислити висоту паралелепіпеду, що виходить з вершини  $A(-1, 2, 2)$  на основу, на якій лежать три інші його вершини  $B(0, 1, 0)$ ,  $C(1, 1, 3)$ ,  $D(0, 0, 1)$  та проекцію вектора  $[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]$  на вектор  $\overrightarrow{BA}$ .

Розв'язок.

Обчислимо вектори  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  та  $\overrightarrow{BD}$ , на яких, як на ребрах, побудовано паралелепіпед:

$$\overrightarrow{BA} = (-1, 1, 2), \quad \overrightarrow{BC} = (1, 0, 3), \quad \overrightarrow{BD} = (0, -1, 1).$$

Об'єм паралелепіпеду може бути обчисленим за двома формулами:

$$V_{\text{пар}} = |(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD})|, \text{ та } V_{\text{пар}} = |[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]| \cdot h_A.$$

$$\text{Звідси отримуємо } h_A = \frac{|(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD})|}{|[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]|}.$$

$$\text{Підрахуємо всі вирази: } [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (3, -1, -1),$$

$$(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}) = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -2 - 3 - 1 = -6. \Rightarrow h_A = \frac{6}{\sqrt{11}}.$$



Знайдемо проекцію вектора  $[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]$  на вектор  $\overrightarrow{BA}$ .

$$pr_{[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}]} \overrightarrow{BA} = \frac{(\overrightarrow{BA}, [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}])}{|\overrightarrow{BA}|} = \frac{(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD})}{|\overrightarrow{BA}|} = \frac{-6}{\sqrt{6}} = -\sqrt{6}$$

### Завдання 5

Знайти точку  $Q$ , симетричну точці  $P(2, -5, 7)$  відносно прямої, яка проходить через точки  $M_1(5, 4, 6)$  і  $M_2(-2, -17, -8)$ .

Розв'язок.

Рівняння прямої, яка проходить через точки  $M_1$  і  $M_2$ , має вигляд:

$$\frac{x - 5}{-7} = \frac{y - 4}{-21} = \frac{z - 6}{-14}$$

Рівняння площини, яка проектує точку  $P$  на пряму, має вигляд

$$-7(x - 2) - 21(y + 5) - 14(z - 7) = 0 \text{ або } x + 3y + 2z - 1 = 0.$$

Знаходимо проекцію точки  $Q$  на пряму – точку перетину знайдених прямої та площини.

$$\begin{cases} \frac{x - 5}{-7} = \frac{y - 4}{-21} = \frac{z - 6}{-14} \\ x + 3y + 2z - 1 = 0. \end{cases}$$

Параметричне рівняння даної прямої має вигляд  
 $x = -7t + 5; y = -21t + 4; z = -14t + 6$

Підставляючи  $x, y, z$  в рівняння площини, знайдемо  $t = \frac{2}{7}$ . Звідси

$x = 3; y = -2; z = 2$ . Тоді координати симетричної точки можна знайти, використовуючи формулу для координат середини відрізка, тобто

$$3 = \frac{2 + x_Q}{2}; -2 = \frac{-5 + y_Q}{2}; 2 = \frac{7 + z_Q}{2}.$$

Звідки  $x_Q = 4; y_Q = 1; z_Q = -3$ .

Отже,  $Q(4; 1; -3)$ .

### Завдання 6

Задані точки  $A(2, -1), B(-1, 2)$ , що задають директрису  $AB$ , фокус  $F(3, 0)$ , односторонній з директрисою  $(AB)$  та ексцентриситет  $\varepsilon = 0,5$ . Знайти: рівняння еліпса.

Розв'язок.

Знайдемо рівняння директриси  $(AB)$ .  $\frac{x-2}{-1-2} = \frac{y+1}{2+1}$ , або  $x + y - 1 = 0$ .

За геометричною властивістю еліпса отримуємо його рівняння:

$$\frac{|MF|}{d(M, (AB))} = \varepsilon. \text{ В нашому випадку отримуємо: } \frac{\sqrt{(x-3)^2 + y^2}}{\frac{x+y-1}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{2}. \text{ Після}$$

перетворень маємо:  $7x^2 - 2xy + 7y^2 - 46x + 2y + 71 = 0$ .

### Завдання 7

Задані два многочлени  $f(x) = 2x^5 + x^4 - 5x^3 + 12x^2 + 10x - 2$ ,  $g(x) = x^3 - 2x + 7$ .

Знайти: Найбільший спільний дільник за допомогою алгоритму Евкліда

Розв'язок.

Алгоритм Евкліда (алгоритм послідовного ділення) знаходження найбільшого спільного дільника многочленів  $f(x)$  та  $g(x)$ .

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x)q_1(x) + r_1(x), \\ g(x) &= r_1(x)q_2(x) + r_2(x), \\ r_1(x) &= r_2(x)q_3(x) + r_3(x), \\ &\dots\dots\dots \\ r_{k-3}(x) &= r_{k-2}(x)q_{k-1}(x) + r_{k-1}(x), \\ r_{k-2}(x) &= r_{k-1}(x)q_k(x) + r_k(x), \\ r_{k-1}(x) &= r_k(x)q_{k+1}(x). \end{aligned}$$

Тоді  $r_k(x)$ - найбільший спільний дільник многочленів  $f(x)$  та  $g(x)$ .

Застосуємо цей алгоритм в нашому випадку.

Розділимо многочлен  $f(x)$  на  $g(x)$  з остачею.

$$\begin{array}{r|l} 2x^5 + x^4 - 5x^3 + 12x^2 + 10x - 2 & x^3 - 2x + 7 \\ \underline{2x^5} & \underline{2x^2 + x - 1 = q(x)} \\ x^4 - x^3 - 2x^2 + 10x - 2 & \\ \underline{-x^4} & \underline{-2x^2 + 7x} \\ -x^3 & + 3x - 2 \\ \underline{-x^3} & \underline{+ 2x - 7} \\ & x + 5 = r(x) \end{array}$$

Далі ділимо  $g(x)$  на  $r(x)$ .

$$\begin{array}{r|l}
x^3 & x+5 \\
-2x & \\
+7 & \\
\hline
x^3 & x^2-5x+23 \\
+5x^2 & \\
\hline
-5x^2 & \\
-2x & \\
+7 & \\
\hline
-5x^2-25x & \\
\hline
23x+7 & \\
23x+115 & \\
\hline
r_1(x) = -108 &
\end{array}$$

Таким чином останньою не нульовою остачею буде  $r_1(x)$ .

Відповідь НСД( $f(x), g(x)$ ) = 1.

### Завдання 8.

Розкласти дробово - раціональну функцію  $\frac{x^2 - 1}{x(x^2 + 1)}$  на прості дробі.

Розв'язок.

$\frac{x^2 - 1}{x(x^2 + 1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx + C}{x^2 + 1} + \frac{Dx + E}{(x^2 + 1)^2}$  Зводимо праву частину рівності до спільного знаменника, та прирівнюємо чисельники.  
 $x^2 - 1 = A(x^2 + 1)^2 + (Bx + C)x + (Dx + E)(x^2 + 1)$ .

Прирівнюємо коефіцієнти при однакових степенях  $x$  і отримуємо рівності:

$$\begin{cases} A = -1 \\ C + E = 0 \\ 2A + B + D = 1, \text{ звідси} \\ E = 0 \\ A + D = 0 \end{cases} \begin{cases} A = -1 \\ B = 2 \\ C = 0 \\ D = 1 \\ E = 0 \end{cases} . \text{ Таким чином маємо остаточний розклад:}$$

$$\frac{x^2 - 1}{x(x^2 + 1)} = \frac{-1}{x} + \frac{2x}{x^2 + 1} + \frac{x}{(x^2 + 1)^2} .$$

**Варіанти завдань розрахункової роботи  
„векторна алгебра та аналітична геометрія”**

**Завдання 1.**

<b>#1</b> A(-10,-10,7); B(-6,-5,3); C(-4,-7,-3);	<b>#11</b> A(-7,-7,-5); B(-7,1,-1); C(-5,-7,2);	<b>#21</b> A(8,-4,-3); B(-1,-9,7); C(5,-7,8);
<b>#2</b> A(-2,-9,-1); B(-9,6,-9); C(-5,8,-3);	<b>#12</b> A(4,4,-9); B(-9,-9,-8); C(5,6,-3);	<b>#22</b> A(-1,-8,7); B(-2,-6,6); C(1,-8,2);
<b>#3</b> A(5,-4,3); B(6,4,-4); C(-7,-4,-1);	<b>#13</b> A(2,-2,4); B(-1,-4,6); C(6,-8,-9);	<b>#23</b> A(8,0,-4); B(-2,-6,-7); C(3,9,2);
<b>#4</b> A(-6,6,-5); B(-1,-8,7); C(-5,5,9);	<b>#14</b> A(-9,-9,-7); B(3,-6,1); C(-5,-3,6);	<b>#24</b> A(3,0,-9); B(4,-8,-6); C(7,4,-2);
<b>#5</b> A(-1,7,6); B(-10,-8,-8); C(0,-10,1);	<b>#15</b> A(-4,-4,3); B(3,8,-4); C(-1,-5,5);	<b>#25</b> A(9,-7,-10); B(-7,-10,-3); C(-3,-3,-9);
<b>#6</b> A(-10,5,3); B(5,4,1); C(-6,3,1);	<b>#16</b> A(4,1,4); B(-2,0,1); C(7,3,-8);	<b>#26</b> A(-1,0,-1); B(3,6,1); C(-5,-3,1);
<b>#7</b> A(9,2,9); B(-6,3,-5); C(-9,5,-1);	<b>#17</b> A(-1,-2,-8); B(-9,0,3); C(-9,8,6);	<b>#27</b> A(7,2,-5); B(3,1,7); C(-3,-3,2);
<b>#8</b> A(7,0,1); B(9,3,-4); C(-10,4,9);	<b>#18</b> A(3,8,-5); B(4,4,-1); C(3,-7,-6);	<b>#28</b> A(5,-1,-6); B(3,6,5); C(8,-7,5);

#9	#19	#29
A(5,4,-7);	A(8,-3,-8);	A(-5,-5,4);
B(-8,8,5);	B(9,-4,-9);	B(-1,9,-7);
C(1,7,3);	C(-8,7,1);	C(-10,-6,7);

  

#10	#20	#30
A(-5,-9,2);	A(3,-8,3);	A(-4,7,5);
B(-5,7,-7);	B(-10,-4,8);	B(9,-5,-3);
C(1,0,9);	C(0,-4,-2);	C(6,-10,-6);

## Завдання 2.

#1	#11	#21
L1: $6x-9y+8=0$ ;	L1: $x+3y+1=0$ ;	L1: $3x-10y+4=0$ ;
L2: $x-6y-2=0$ ;	L2: $2x-y+4=0$ ;	L2: $6x+6y-3=0$ ;
M(6,-5);	M(5,0);	M(4,-9);

  

#2	#12	#22
L1: $-8x+9y+7=0$ ;	L1: $8x+8y-6=0$ ;	L1: $4x-y+9=0$ ;
L2: $9x-8y-5=0$ ;	L2: $-3x+7y-7=0$ ;	L2: $x-6y-4=0$ ;
M(-5,1);	M(3,-1);	M(-10,-7);

  

#3	#13	#23
L1: $-8x+8y+7=0$ ;	L1: $-3x-3y-4=0$ ;	L1: $3x-10y+7=0$ ;
L2: $5x-3y-3=0$ ;	L2: $4x-10y+7=0$ ;	L2: $-2x+3y+1=0$ ;
M(-3,9);	M(-1,4);	M(3,0);

  

#4	#14	#24
L1: $-5x+9y+7=0$ ;	L1: $-10x-8y-5=0$ ;	L1: $6x-7y+3=0$ ;
L2: $x+6y-5=0$ ;	L2: $-7x-8y-1=0$ ;	L2: $x-10y+6=0$ ;
M(4,2);	M(1,6);	M(-8,1);

  

#5	#15	#25
L1: $2x-8y+2=0$ ;	L1: $7x-3y+5=0$ ;	L1: $2x-6y+8=0$ ;
L2: $-8x-4y+3=0$ ;	L2: $-9x-4y+7=0$ ;	L2: $-3x-5y+8=0$ ;
M(-10,-1);	M(-5,-10);	M(-1,-1);

  

#6	#16	#26
L1: $-x+3y+2=0$ ;	L1: $-10x+8y-10=0$ ;	L1: $-7x-4y+2=0$ ;
L2: $-10x-y-8=0$	L2: $2x+8y+5=0$ ;	L2: $-10x-2y+1=0$
M(-7,9);	M(9,-5);	M(-3,4);

<b>#7</b> <b>L1:-5x+3y+1=0;</b> <b>L2:8x-3y-7=0;</b> <b>M(1,1);</b>	<b>#17</b> <b>L1:-2x-10y-5=0;</b> <b>L2:-5x-6y-5=0;</b> <b>M(0,2);</b>	<b>#27</b> <b>L1:3x-10y+6=0;</b> <b>L2:5x+2y-9=0;</b> <b>M(9,-10);</b>
<b>#8</b> <b>L1:9x+5y+6=0;</b> <b>L2:-5x+5y-2=0;</b> <b>M(8,1);</b>	<b>#18</b> <b>L1:-x+2y+2=0;</b> <b>L2:2x+2y+7=0;</b> <b>M(-2,1);</b>	<b>#28</b> <b>L1:4x-6y+3=0;</b> <b>L2:7x+y-2=0;</b> <b>M(-4,-1);</b>
<b>#9</b> <b>L1:x+4y-10=0;</b> <b>L2:-9x-9y+1=0;</b> <b>M(-5,6);</b>	<b>#19</b> <b>L1:x+4y-9=0;</b> <b>L2:8x+3y-9=0;</b> <b>M(-3,-5);</b>	<b>#29</b> <b>L1:-3x+6y+1=0;</b> <b>L2:5x-2y-6=0;</b> <b>M(-2,-2);</b>
<b>#10</b> <b>L1:9x+4y+1=0;</b> <b>L2:-2x-9y-3=0;</b> <b>M(-4,2);</b>	<b>#20</b> <b>L1:-4x-6y+8=0;</b> <b>L2:-x+y+3=0;</b> <b>M(-4,-4);</b>	<b>#30</b> <b>L1:-6x+4y+3=0;</b> <b>L2:3x-y+4=0;</b> <b>M(-10,0);</b>

### Завдання 3.

$$3.1. \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}, \quad \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{2}.$$

$$3.2. \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{5}, \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{1}.$$

$$3.3. \frac{x-1}{-1} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{2}, \quad \frac{x+2}{0} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-2}{2}.$$

$$3.4. \frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}, \quad \frac{x+3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}.$$

$$3.5. \frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}, \quad \frac{x+2}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}.$$

$$3.6. \frac{x+1}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}, \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}.$$

$$3.7. \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}, \quad \frac{x+5}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-2}.$$

$$3.8. \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{1}, \quad \frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}.$$

$$3.9. \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-1}, \quad \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{2}.$$

$$3.10. \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{3}, \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{1}.$$

$$3.11. \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}, \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{3}.$$

$$3.12. \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-1}{-1}, \quad \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{1}.$$

$$3.13. \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}, \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}.$$

$$3.14. \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{3}, \quad \frac{x}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{3}.$$

$$3.15. \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{3}, \quad \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{-2}.$$

$$3.16. \frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}, \quad \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{-2}.$$

$$3.17. \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}, \quad \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+2}{1}.$$

$$3.18. \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}, \quad \frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{5}.$$

$$3.19. \frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}, \quad \frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-7}{3}.$$

$$3.20. \frac{x-1}{2} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{1}, \quad \frac{x-3}{-3} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-1}{2}.$$

$$3.21. \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{0}, \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{7}.$$

$$3.22. \frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}, \quad \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{1}.$$

$$3.23. \frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}, \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{5}.$$

$$3.24. \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{0}, \quad \frac{x-5}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{2}.$$

$$3.25. \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}, \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{5}.$$

$$3.26. \frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}, \quad \frac{x-1}{5} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-3}{2}.$$

$$3.27. \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{-2}, \quad \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}.$$

$$3.28. \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{-2}, \quad \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{5}.$$

$$3.29. \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-2}, \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

$$3.30. \frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{1}, \quad \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{1}.$$

#### Завдання 4.

$$4.1. A_1(1, 3, 6), A_2(2, 2, 1), A_3(-1, 0, 1), A_4(-4, 6, -3).$$

4.2.

$$A_1(-4, 2, 6), A_2(2, -3, 0), A_3(-10, 5, 8), A_4(-5, 2, -4).$$

$$4.3. A_1(7, 2, 4), A_2(7, -1, -2), A_3(3, 3, 1), A_4(-4, 2, 1).$$

4.4.

$$A_1(2, 1, 4), A_2(-1, 5, -2), A_3(-7, -3, 2), A_4(-6, -3, 6).$$

4.5.

$$A_1(-1, -5, 2), A_2(-6, 0, -3), A_3(3, 6, -3), A_4(-10, 6, 7).$$

4.6.

$$A_1(0, -1, -1), A_2(-2, 3, 5), A_3(1, -5, -9), A_4(-1, -6, 3).$$

$$4.7. A_1(5, 2, 0), A_2(2, 5, 0), A_3(1, 2, 4), A_4(-1, 1, 1).$$



4.8.

$$A_1(2, -1, -2), A_2(1, 2, 1), A_3(5, 0, -6), A_4(-10, 9, -7).$$

4.9.

$$A_1(-2, 0, -4), A_2(-1, 7, 1), A_3(4, -8, -4), A_4(1, -4, 6).$$

4.10.

$$A_1(14, 4, 5), A_2(-5, -3, 2), A_3(-2, -6, -3), A_4(-2, 2, -1).$$

4.11.  $A_1(1, 2, 0), A_2(3, 0, -3), A_3(5, 2, 6), A_4(8, 4, -9).$

4.12.

$$A_1(2, -1, 2), A_2(1, 2, -1), A_3(3, 2, 1), A_4(-4, 2, 5).$$

4.13.

$$A_1(1, 1, 2), A_2(-1, 1, 3), A_3(2, -2, 4), A_4(-1, 0, -2).$$

4.14.  $A_1(2, 3, 1), A_2(4, 1, -2), A_3(6, 3, 7), A_4(7, 5, -3).$

4.15.  $A_1(1, 1, -1), A_2(2, 3, 1), A_3(3, 2, 1), A_4(5, 9, -8).$

4.16.

$$A_1(1, 5, -7), A_2(-3, 6, 3), A_3(-2, 7, 3), A_4(-4, 8, -12).$$

4.17.

$$A_1(-3, 4, -7), A_2(1, 5, -4), A_3(-5, -2, 0), A_4(2, 5, 4).$$

4.18.

$$A_1(-1, 2, -3), A_2(4, -1, 0), A_3(2, 1, -2), A_4(3, 4, 5).$$

4.19.

$$A_1(4, -1, 3), A_2(-2, 1, 0), A_3(0, -5, 1), A_4(3, 2, -6).$$

4.20.

$$A_1(1, -1, 1), A_2(-2, 0, 3), A_3(2, 1, -1), A_4(2, -2, -4).$$

4.21.  $A_1(1, 2, 0), A_2(1, -1, 2), A_3(0, 1, -1), A_4(-3, 0, 1).$

4.22.  $A_1(1, 0, 2), A_2(1, 2, -1), A_3(2, -2, 1), A_4(2, 1, 0).$

4.23.

$$A_1(1, 2, -3), A_2(1, 0, 1), A_3(-2, -1, 6), A_4(0, -5, -4).$$

4.24.

$$A_1(3, 10, -1), A_2(-2, 3, -5), A_3(-6, 0, -3), A_4(1, -1, 2).$$

4.25.

$$A_1(-1, 2, 4), A_2(-1, -2, -4), A_3(3, 0, -1), A_4(7, -3, 1).$$

4.26.

$$A_1(0, -3, 1), A_2(-4, 1, 2), A_3(2, -1, 5), A_4(3, 1, -4).$$

4.27.  $A_1(1, 3, 0), A_2(4, -1, 2), A_3(3, 0, 1), A_4(-4, 3, 5).$

4.28.

$$A_1(-2, -1, -1), A_2(0, 3, 2), A_3(3, 1, -4), A_4(-4, 7, 3).$$

4.29.

$$A_1(-3, -5, 6), A_2(2, 1, -4), A_3(0, -3, -1), A_4(-5, 2, -8).$$

4.30.

$$A_1(2, -4, -3), A_2(5, -6, 0), A_3(-1, 3, -3), A_4(-10, -8, 7).$$

### Завдання 5.

5.1.  $M(0, -3, -2), \frac{x-1}{1} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z}{1}.$

5.2.  $M(2, -1, 1), \frac{x-4,5}{1} = \frac{y+3}{-0,5} = \frac{z-2}{1}.$

5.3.  $M(1, 1, 1), \frac{x-2}{1} = \frac{y+1,5}{-2} = \frac{z-1}{1}.$

5.4.  $M(1, 2, 3), \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}.$

5.5.  $M(1, 0, -1), \frac{x-3,5}{2} = \frac{y-1,5}{2} = \frac{z}{0}.$

$$5.6. M(2, 1, 0), \quad \frac{x-2}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z+0,5}{1}.$$

$$5.7. M(-2, -3, 0), \quad \frac{x+0,5}{1} = \frac{y+1,5}{1} = \frac{z-0,5}{1}.$$

$$5.8. M(-1, 0, -1), \quad \frac{x}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-2}{1}.$$

$$5.9. M(0, 2, 1), \quad \frac{x-1,5}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}.$$

$$5.10. M(3, -3, -1), \quad \frac{x-6}{5} = \frac{y-3,5}{4} = \frac{z+0,5}{0}.$$

$$5.11. M(3, 3, 3), \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1,5}{0} = \frac{z-3}{1}.$$

$$5.12. M(-1, 2, 0), \quad \frac{x+3}{1} = \frac{y+7}{-2} = \frac{z-2}{2}.$$

$$5.13. M(2, -2, -3), \quad \frac{x-1}{-1} = \frac{y+0,5}{0} = \frac{z+1,5}{0}.$$

$$5.14. M(-1, 0, 1), \quad \frac{x+0,5}{0} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-4}{2}.$$

$$5.15. M(0, -3, -2), \quad \frac{x-0,5}{0} = \frac{y+1,5}{-1} = \frac{z-1,5}{1}.$$

$$5.16. M(1, 0, 1), \quad 4x + 6y + 4z - 25 = 0.$$

$$5.17. M(-1, 0, -1), \quad 2x + 6y - 2z + 11 = 0.$$

$$5.18. M(0, 2, 1), \quad 2x + 4y - 3 = 0.$$

$$5.19. M(2, 1, 0), \quad y + z + 2 = 0.$$

$$5.20. M(-1, 2, 0), \quad 4x - 5y - z - 7 = 0.$$

$$5.21. M(2, -1, 1), \quad x - y + 2z - 2 = 0.$$

$$5.22. M(1, 1, 1), \quad x + 4y + 3z + 5 = 0.$$

- 5.23.  $M(1, 2, 3), 2x + 10y + 10z - 1 = 0.$
- 5.24.  $M(0, -3, -2), 2x + 10y + 10z - 1 = 0.$
- 5.25.  $M(1, 0, -1), 2y + 4z - 1 = 0.$
- 5.26.  $M(3, -3, -1), 2x - 4y - 4z - 13 = 0.$
- 5.27.  $M(-2, -3, 0), x + 5y + 4 = 0.$
- 5.28.  $M(2, -2, -3), y + z + 2 = 0.$
- 5.29.  $M(-1, 0, 1), 2x + 4y - 3 = 0.$
- 5.30.  $M(3, 3, 3), 8x + 6y + 8z - 25 = 0.$

#### Завдання 6.

<b>#1</b>	<b>#11</b>	<b>#21</b>
<b>A (0,-10);</b>	<b>A (5,4);</b>	<b>A (-1,2);</b>
<b>B (2,2);</b>	<b>B (-8,-5);</b>	<b>B (-6,-7);</b>
<b>C (-6,-10);</b>	<b>C (7,6);</b>	<b>C (7,2);</b>
<hr/>		
<b>#2</b>	<b>#12</b>	<b>#22</b>
<b>A (-6,-3);</b>	<b>A (-10,-9);</b>	<b>A (-9,0);</b>
<b>B (4,-1);</b>	<b>B (5,3);</b>	<b>B (1,-5);</b>
<b>C (0,7);</b>	<b>C (-10,7);</b>	<b>C (6,0);</b>
<hr/>		
<b>#3</b>	<b>#13</b>	<b>#23</b>
<b>A (5,4);</b>	<b>A (1,-7);</b>	<b>A (-7,-6);</b>
<b>B (-10,0);</b>	<b>B (1,7);</b>	<b>B (1,9);</b>
<b>C (-8,3);</b>	<b>C (-10,-8);</b>	<b>C (1,-2);</b>
<hr/>		
<b>#4</b>	<b>#14</b>	<b>#24</b>
<b>A (3,-10);</b>	<b>A (-3,7);</b>	<b>A (-8,9);</b>
<b>B (8,7);</b>	<b>B (-1,-1);</b>	<b>B (-3,-3);</b>
<b>C (-5,3);</b>	<b>C (4,5);</b>	<b>C (-5,3);</b>
<hr/>		
<b>#5</b>	<b>#15</b>	<b>#25</b>
<b>A (0,-7);</b>	<b>A (7,4);</b>	<b>A (5,9);</b>
<b>B (-1,5);</b>	<b>B (-2,0);</b>	<b>B (9,-8);</b>
<b>C (6,-9);</b>	<b>C (-4,3);</b>	<b>C (0,-3);</b>

<b>#6</b>	<b>#16</b>	<b>#26</b>
<b>A (1,0);</b>	<b>A (-2,8);</b>	<b>A (-7,9);</b>
<b>B (-3,-2);</b>	<b>B (1,-8);</b>	<b>B (-8,5);</b>
<b>C (9,-7);</b>	<b>C (8,2);</b>	<b>C (-10,1);</b>
<b>#7</b>	<b>#17</b>	<b>#27</b>
<b>A (-10,9);</b>	<b>A (-9,8);</b>	<b>A (-8,8);</b>
<b>B (-4,-9);</b>	<b>B (5,-8);</b>	<b>B (-2,0);</b>
<b>C (-6,7);</b>	<b>C (3,1);</b>	<b>C (3,-5);</b>
<b>#8</b>	<b>#18</b>	<b>#28</b>
<b>A (-7,-7);</b>	<b>A (2,1);</b>	<b>A (0,1);</b>
<b>B (1,-10);</b>	<b>B (-2,-4);</b>	<b>B (-7,2);</b>
<b>C (-9,2);</b>	<b>C (2,4);</b>	<b>C (1,5);</b>
<b>#9</b>	<b>#19</b>	<b>#29</b>
<b>A (-2,0);</b>	<b>A (-10,-7);</b>	<b>A (3,-8);</b>
<b>B (-3,-6);</b>	<b>B (-3,-4);</b>	<b>B (6,7);</b>
<b>C (7,-9);</b>	<b>C (7,7);</b>	<b>C (4,-7);</b>
<b>#10</b>	<b>#20</b>	<b>#30</b>
<b>A (-1,3);</b>	<b>A (0,7);</b>	<b>A (-8,-10);</b>
<b>B (3,-9);</b>	<b>B (8,2);</b>	<b>B (8,-10);</b>
<b>C (0,-3);</b>	<b>C (-7,-5);</b>	<b>C (5,-6);</b>

#### Завдання 7.

- $f(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 1$ ,  $g(x) = x^3 + x^2 - x - 1$ ;
- $f(x) = x^5 + x^4 - x^3 - 2x - 1$ ,  $g(x) = 3x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x - 2$ ;
- $f(x) = x^6 - 7x^4 + 8x^3 - 7x + 7$ ,  $g(x) = 3x^5 - 7x^3 + 3x^2 - 7$ ;
- $f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + 7x^2 - 12x + 10$ ,  $g(x) = 3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2$ ;
- $f(x) = x^6 + 2x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 8x - 5$ ,  $g(x) = x^5 + x^2 - x + 1$ ;
- $f(x) = x^5 + 3x^4 - 12x^3 - 52x^2 - 52x - 12$ ,  $g(x) = x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 22x - 12$ ;
- $f(x) = x^5 + x^4 - x^3 - 3x^2 - 3x - 1$ ,  $g(x) = x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1$ ;
- $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ ,  $g(x) = x^4 - 4\sqrt{2}x^3 + 6x^2 + 4\sqrt{2}x + 1$ ;
- $f(x) = x^4 + 7x^3 + 19x^2 + 23x + 10$ ,  $g(x) = x^4 + 7x^3 + 18x^2 + 22x + 12$ ;
- $f(x) = x^4 - 4x^3 + 1$ ,  $g(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ ;
- $f(x) = 2x^6 - 5x^5 - 14x^4 + 36x^3 + 86x^2 + 12x - 31$ ,  
 $g(x) = 2x^5 - 9x^4 + 2x^3 + 37x^2 + 10x - 14$ ;

12.  $f(x) = 3x^6 - x^5 - 9x^4 - 14x^3 - 11x^2 - 3x - 1,$   
 $g(x) = 3x^5 + 8x^4 + 9x^3 + 15x^2 + 10x + 9;$
13.  $f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 4x - 2, \quad g(x) = x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2;$
14.  $f(x) = x^5 + 3x^4 + x^3 + x^2 + 3x + 1, \quad g(x) = x^4 + 2x^3 + x + 2;$
15.  $f(x) = x^6 - 4x^5 + 11x^4 - 27x^3 + 37x^2 - 35x + 35,$   
 $g(x) = x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 20x^2 + 10x - 25;$
16.  $f(x) = 3x^7 + 6x^6 - 3x^5 + 4x^4 + 14x^3 - 6x^2 - 4x + 4,$   
 $g(x) = 3x^6 - 3x^4 + 7x^3 - 6x + 2;$
17.  $f(x) = 3x^5 + 5x^4 - 16x^3 - 6x^2 - 5x - 6, \quad g(x) = 3x^4 - 4x^3 - x^2 - x - 2;$
18.  $f(x) = 4x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 5x + 9, \quad g(x) = 2x^3 - x^2 - 5x + 4;$
19.  $f(x) = x^4 + 2x^3 + x + 1, \quad g(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + 2x - 1$
20.  $f(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 6x + 1, \quad g(x) = x^3 - 5x - 3.$
21.  $f(x) = x^5 - 5x^4 - 2x^3 + 12x^2 - 2x + 12, \quad g(x) = x^3 - 5x^2 - 3x + 17$
22.  $f(x) = 2x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 5x + 2, \quad g(x) = 2x^3 + x^2 - x - 1$
23.  $f(x) = 3x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 2x + 1, \quad g(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 1$
24.  $f(x) = x^5 + 5x^4 + 9x^3 + 7x^2 + 5x + 3, \quad g(x) = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 1$
26.  $f(x) = x^5 + 3x^2 - 2x + 2, \quad g(x) = x^6 + x^5 + x^4 - 3x^2 + 2x - 6;$
27.  $f(x) = x^4 + x^3 - 4x + 5, \quad g(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 2;$
28.  $f(x) = x^5 - 10x^3 - 20x^2 - 15x - 4, \quad g(x) = x^6 - 6x^4 - 4x^3 + 9x^2 + 12x + 4 ;$

### Завдання 8.

- 8.1.  $\frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}{(x+1)^2(x^2 + x + 1)}.$
- 8.2.  $\frac{x^3 + 4x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2(x^2 + 1)}.$
- 8.3.  $\frac{2x^3 + 7x^2 + 7x - 1}{(x+2)^2(x^2 + x + 1)}.$
- 8.4.  $\frac{2x^3 + 4x^2 + 2x - 1}{(x+1)^2(x^2 + 2x + 2)}.$
- 8.5.  $\frac{x^3 + 6x^2 + 9x + 6}{(x+1)^2(x^2 + 2x + 2)}.$
- 8.6.  $\frac{2x^3 + 11x^2 + 16x + 10}{(x+2)^2(x^2 + 2x + 3)}.$
- 8.7.  $\frac{3x^3 + 6x^2 + 5x - 1}{(x+1)^2(x^2 + 2)}.$
- 8.8.  $\frac{x^3 + 9x^2 + 21x + 21}{(x+3)^2(x^2 + 3)}.$

$$\begin{array}{ll}
8.9. \frac{x^3 + 6x^2 + 8x + 8}{(x+2)^2(x^2+4)}. & 8.10. \frac{x^3 + 5x^2 + 12x + 4}{(x+2)^2(x^2+4)}. \\
8.11. \frac{2x^3 - 4x^2 - 16x - 12}{(x-1)^2(x^2+4x+5)}. & 8.12. \frac{-3x^3 + 13x^2 - 13x + 1}{(x-2)^2(x^2-x+1)}. \\
8.13. \frac{x^3 + 2x^2 + 10x}{(x+1)^2(x^2-x+1)}. & 8.14. \frac{3x^3 + x + 46}{(x-1)^2(x^2+9)}. \\
8.15. \frac{4x^3 + 24x^2 + 20x - 28}{(x+3)^2(x^2+2x+2)}. & 8.16. \frac{2x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x^2+x+1)(x^2+1)}. \\
8.17. \frac{x^3 + x + 1}{(x^2+x+1)(x^2+1)}. & 8.18. \frac{x^2 + x + 3}{(x^2+x+1)(x^2+1)}. \\
8.19. \frac{2x^3 + 4x^2 + 2x + 2}{(x^2+x+1)(x^2+x+2)}. & 8.20. \frac{2x^3 + 7x^2 + 7x + 9}{(x^2+x+1)(x^2+x+2)}. \\
8.21. \frac{4x^2 + 3x + 4}{(x^2+1)(x^2+x+1)}. & 8.22. \frac{3x^3 + 4x^2 + 6x}{(x^2+2)(x^2+2x+2)}. \\
8.23. \frac{2x^2 - x + 1}{(x^2-x+1)(x^2+1)}. & 8.24. \frac{x^3 + x^2 + 1}{(x^2-x+1)(x^2+1)}. \\
8.25. \frac{x^3 + x^2 + 1}{(x^2-x+1)(x^2+1)}. & 8.26. \frac{2x^3 + 2x + 1}{(x^2-x+1)(x^2+1)}. \\
8.28. \frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{(x^2+x+1)(x^2+1)}. & 8.29. \frac{x + 4}{(x^2+x+2)(x^2+2)}. \\
8.30. \frac{2x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{(x^2+x+1)(x^2+1)}. & 8.30. \frac{3x^3 + 7x^2 + 12x + 6}{(x^2+x+3)(x^2+2x+3)}.
\end{array}$$

### **Питання, що необхідно знати, для захисту роботи**

1. Розклад векторів по базису на площині та у просторі. Базис та координати. Арифметичні операції з векторами в координатній формі.
2. Проекція вектора на вісь, властивості лінійності.
3. Скалярний добуток векторів, властивості. Скалярний добуток векторів у координатній формі.
4. Праві та ліві трійки векторів. Векторний добуток. Властивості. Векторний добуток для векторів у координатній формі, обчислення через визначники.
5. Мішаний добуток - визначення, геометричний зміст, властивості. мішаний добуток для векторів у координатній формі, обчислення через визначники.
6. Пряма на площині. Рівняння прямої: загальне, через точку, через напрямний вектор, через дві точки, параметричне, у відрізках.
7. Нормальне рівняння прямої на площині. Відстань та відхилення точки від прямої.
8. Рівняння площини: загальне, через точку, через нормальний вектор, через три точки, у відрізках.
9. Рівняння прямої в просторі: загальне, канонічне, параметричне, через дві точки.
10. Нормальне рівняння площини. Відстань і відхилення від точки до площини.
11. Відстань між мимобіжними прямими в просторі. Рівняння спільного перпендикуляра до двох мимобіжних прямих.
12. Відстань між паралельними прямими в просторі.
13. Криві другого порядку: еліпс.
14. Криві другого порядку: гіпербола.
15. Криві другого порядку: парабола.
16. Поверхні другого порядку: еліпсоїд, гіперболоїди, параболоїди, конуси, циліндри, вироджені поверхні.
17. Многочлени: ділення, теорема Безу.
18. Многочлени. НСД - алгоритм Евкліда.
19. Многочлени. Кратність кореня, критерій.
20. Комплексні корені многочленів, кратність, основна теорема алгебри.
21. Розклад дробово – раціональної функції в суму простих дробів.



## **Література до виконання розрахункової роботи „векторна алгебра та аналітична геометрія”.**

1. Ильин Владимир Александрович, Позняк Эдуард Генрихович. Аналитическая геометрия / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. — 240 с. — ISBN 5-02-015230-7
2. Давид Викторович Клетеник. Сборник задач по аналитической геометрии/ Д. В. Клетеник — изд. 15. — Москва: «Наука» Физматлит, 1980. — 240с — ISBN 5-02-015080-0
3. Дмитрий Владимирович Беклемишев Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д.В.Беклемишев — 10-е изд., испр. — Москва: Физматлит, 2005.— 304с. — ISBN 5-9221-0304-0
4. Постников Михаил Михайлович. Аналитическая геометрия (Лекции по геометрии. Семестр I) / М.М. Постников — Москва: «Наука» Физматлит, 1979. — 336с.
5. Николай Владимирович Ефимов Краткий курс аналитической геометрии / Ефимов Н.В. — 10-е изд., Москва: Наука, 1969. — 267с.
6. Алексей Васильевич Погорелов Аналитическая геометрия / Погорелов А.В. — 3-е изд., Москва: Наука, 1968. — 176с.

### Методичне забезпечення

1. Методические указания по курсу “Линейная алгебра и аналитическая геометрия” Ч.1. / Ю.В. Богданский, С.Н. Парамонова — Київ: КПИ — 1981.
2. Методические указания по курсу “Линейная алгебра и аналитическая геометрия” Ч.2. / Ю.В. Богданский, С.Н. Парамонова // Київ: КПИ — 1982.
3. Методические указания к самостоятельной работе студентов по дисциплине “Линейная алгебра и аналитическая геометрия” / С.Н. Парамонова, Н.Д. Цвинтарная // Київ: КПИ — 1988.
4. Методические указания к выполнению расчетно-графических работ по дисциплине “Аналитическая геометрия и линейная алгебра” / С.Н. Парамонова, Н.Д. Цвинтарная // Київ: КПИ — 1990.
5. Конспект лекцій з курсу аналітичної геометрії та лінійної алгебри. / С.М.Парамонова, А.Ю. Мальцев // НТУ “КПІ” ВПІ ВПК “Політехніка” — 2007 — 104с.